(MAT 4301)

B.Sc (MPC,MPCS,MSCS,MECS) Degree (CBCS) Examinations

MARCH - 2019

EXAMINATION AT THE END OF IV SEMESTER

PART-II

REAL ANALYSIS

TIME : Two and half hours | Maximum : 60 Marks

SECTION-A

Answer any **FIVE** Questions each question carries **FOUR** marks 4x5=20M

ఏవేని **ఐదింటికి** సమాధానములు వ్రాయండి.ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు

1. Every convergence sequence is bounded.
   ప్రతి అభిసరించే అనుక్రమం పరిబద్ధం.

2. Prove that Lim $\left[\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{(n+2)^2}+\frac{1}{(n+n)^2}\right]=0.$
   Lim $\left[\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{(n+2)^2}+\frac{1}{(n+n)^2}\right]=0$ అని చూపండి ?

3. Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{n(n+1)(n+2)}$.
   $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{n(n+1)(n+2)}$. అభిసరణతను పరీక్షించండి

4. Test for convergence $\sum\frac{2^n-2}{2^n+1}x^n\ (x>0)$
   $\sum\frac{2^n-2}{2^n+1}x^n\ (x>0)$. అభిసరణతను పరీక్షించండి.

5. Examine for continuity the function f defined by $f(x)=|x|+|x-1|$ at $x=0,1$.
   $x=0,1$ ల వద్ద $f(x)=|x|+|x-1|$ గా నిర్వచింపబడిన ప్రమేయం యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

6. Show that the function $f(x)=x^3\forall x\in R$ is uniformly continuous on [-2 ,2].
   $f(x)=x^3$ తో నిర్వచింపబడిన ప్రమేయము లో ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నంగా ఉంటుందని చూపండి.?

7. Examine the applicability of Rolle's theorem for $f(x)=1-(x-1)^{2/3}$ On [0,2].
   [0,2] అంతరంలో $f(x)=1-(x-1)^{2/3}$ ప్రమేయానికి రోలె సిద్ధాంత ప్రయోగాన్ని పరిశీలించండి

8. Show that $\frac{v-u}{1+v^2}<Tan^{-1}v-Tan^{-1}u<\frac{v-u}{1+u^2} for\ 0<u<v$. Hence deduce that $\frac{\pi}{4}+\frac{3}{25}<Tan^{-1}\frac{4}{3}<\frac{\pi}{4}+\frac{1}{6}$.
   $\frac{v-u}{1+v^2}<Tan^{-1}v\pi-Tan^{-1}u<\frac{v-u}{1+u^2} for\ 0<u<v$. నిరుపించండి. తద్వారా
   $\frac{\pi}{4}+\frac{3}{25}<Tan^{-1}\frac{4}{3}<\frac{\pi}{4}+\frac{1}{6}$ అని కూడా చూపండి.?

9. If $f(x)=x$ on [0,1] and $P=\left\{0,\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{3}{4},1\right\}$ compute L (p,f) , U (p,f).
   [0,1] మీద $f(x)=x^2$ ప్రమేయనికి ఒక విభజన $P=\left\{0,\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{3}{4},1\right\}$ అయితే L (p,f), U (p,f).కనుక్కోండి?

10. If f: [a , b] → R is continuous on [a , b], then prove that f is integrable on [a , b] .
    f ప్రమేయం [a , b] మీద అవిచిన్నమైతే [a , b] మీద సమాకలనియము.

(P.T.O)

SECTION-B

Any ALL questions Each question carries EIGHT marks. 5 x 8 =40M

ఏవేని **ఐదింటికి** సమాధానములు వ్రాయండి.ప్రతి ప్రశ్నకు ఏనిమిది మార్కులు

11.(a) State and prove monotone sequence is convergent theorem .

ఏకదిష్ట అనుక్రమం సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి.?

OR

(b) State and prove Cauchy s first theorem on limits

అవధి పై కోషి మొదటి సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి.?

12.(a) State and prove limit comparison test.

అవధి రూపంలో తులనాత్మక పరీక్ష సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి

OR

(b) State and prove Cauchy's n^{th} root test (or) root test .

కోషి n వ మూల పరీక్ష లేక మూల పరీక్ష సిద్ధాంతమును ప్రవచించి,నిరూపించండి ?

13. (a) If f: $[a, b]$ →R is continuous on $[a, b]$ then f is bounded on $[a, b]$.

f: $[a, b]$ →R ప్రమేయం $[a, b]$ లో అవిచ్ఛిన్నమైతే$[a, b]$ లో f పరిబద్ధం.

OR

(b) If a function f is continuous on $[a, b]$, then it is uniformly continuous on $[a, b]$.

[a , b] మీద ప్రమేయం f అవిచ్ఛిన్నమైతే , అపుడు అది [a , b] మీద ఏకరూప

అవిచ్ఛిన్నము.

14.(a) State and prove Lagrange's mean value theorem

లెగ్రాంజి మూల్య సిద్ధాంతను ప్రవచించి, నిరూపించండి.?

OR

(b) State and prove Cauchy's mean value theorem.

కోషి మూల్య సిద్ధాంతను ప్రవచించి, నిరూపించండి.?

15.(a) Prove that f (x) = x^2 is integrable on [0,a] and $\int_0^a x^2 \, dx = \frac{a^3}{3}$.

[0,a] మీద f(x) = x^2 సమాకలనీయమనీ మరియు $\int_0^a x^2 \, dx = \frac{a^3}{3}$ అని చూపండి.

OR

(b) State and prove First Mean – Value Theorem of integrals .

సమాకలన మొదటి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి.

OOOO

(MAT 4301)

B.Sc (MPC,MPCS,MSCS,MECS) Degree (CBCS) Examinations

OCTOBER - 2020

EXAMINATION AT THE END OF IV SEMESTER

PART-II MATHEMATICS

REAL ANALYSIS

TIME : Two hours

Maximum : 60 Marks

SECTION-A

Answer any FOUR questions each question carries 6 Marks $4\times6=24$

1. Prove that the $\{S_n\}$, where $S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} \cdots + \frac{1}{n+n}$ is convergent .
   $S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} \cdots + \frac{1}{n+n}$ అయితే, $\{S_n\}$ అనుక్రమము అభిసరించునని చూపుము.
2. Apply Cauchy's general principle of convergence to show that the sequence $\{a_n\}$ where $a_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ is convergent.
   $a_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ అయినప్పుడు కొషి సార్వత్రిక సూత్రమును అబిసరించునని చూపుము.
3. Test for convergence of $\sum \frac{2^n - 2}{2^n + 1} x^n \ (x > 0)$ శ్రేణి అభిసరణతను చూపుము.
4. Examine the convergence of $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n} [1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdots + \frac{1}{n}]$. శ్రేణి అభిసరణతను పరీక్షించుము
5. Discuss the continuity of $f(x) = \frac{e^{1/x}}{1+e^{1/x}}$ $if\ x \neq 0\ and\ f(0) = 0$ at $x = 0$.
   $f(0) = 0$ వద్ద $f(x) = \frac{e^{1/x}}{1+e^{1/x}}$ అని నిర్వచించిన $x \neq 0$ దగ్గర $f(x)$అవిచ్ఛిన్నతను చర్చింపుము
6. Prove that $f: [a, b] \rightarrow R$ is continuous on $[a, b]$ then $f: [a, b] \rightarrow R$ is bounded.
   $[a, b]$ పై f అవిచ్ఛిన్నము అయిన ,[a , b] పై f పరిబద్ధము అవునని చూపుము.
7. Using Lagrange's theorem to prove that
   $$x > \log(1+x) > \frac{x}{1+x}, for\ f(x) = \log(1+x)\ x > 0$$
   లాగ్రంజి సిద్ధాంతము ఉపయోగించి $x > \log(1+x) > \frac{x}{1+x}, x > 0$ ను నిరూపించుము.
8. Show that $f(x) = |x| + |x-1|$ is not derivable at $x = 0,1$
   $x = 0,1$ వద్ద $f(x) = |x| + |x-1|$ ప్రమేయము అవిచ్ఛిన్నతను చూపుము
9. If $f(x) = x$ on $[0,1]$ & $p = \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$ then find $L(P,f)$ & $U(P,f)$
   $[0,1]$ పై $f(x) = x$ కి $P = \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$ విభజనతో $L(P,f)\&U(P,f)$ నుకనుగొనండి
10. Using fundamental theorem of integral calculus to show that $\int_0^1 x^4\, dx = \frac{1}{5}$.
    సమాకలనుల మూల సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $\int_0^1 x^4\, dx = \frac{1}{5}$ అని చూపుము.

(PTO)

SECTION-B

Answer 3 questions.

$3 \times 12 = 36M$

11. a)state and prove a monotone sequence is convergent $\Leftrightarrow$ it is bounded
ఏకదిష్ఠ అనుక్రమము అభిసరించుటకు ఆవశ్యక ,పర్యాప్త నియమము అది పరిబద్ధమగును.

(OR)

b) Prove that the sequence $\{S_n\}$ is a Cauchy sequence then it is convergent.
అనుక్రమాలు .అభిశరణలతప్పై కోషి సార్వత్రిక సూత్రమునువ్రాసి.నిరూపించుము

12. a) State and prove Cauchy's n^{th} root test .
కోషి nవ మూల పరీక్షను ప్రవచించి. నిరూపించుము

(OR)

b)State and prove D'Alembert's ratio test.
డి- అలెమ్బర్ట్ పరీక్ష ప్రవచించి నిరూపించుము

13. a) If a function $f:[a,b] \to R$ is continuous on $[a,b]$, then prove that f is uniformly continuous on $[a,b]$.
$f:[a,b] \to R$ అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయం అయితే ,అది $[a,b]$ పై ఏకరీతి అవిచ్ఛిన్నంఅని చూపండి.

(OR)

b)Examine the continuity of a function f is defined by $f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{x^n}{1+x^n}\ \forall x \geq 0$
$x \geq 0$ వద్ద ప్రమేయం $f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{x^n}{1+x^n}$ అవిచ్ఛిన్నతను చూపుము

14. (a)State and prove Cauchy's Mean value theorem.
" కోషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతము " ను తెలిపి,రుజువు చేయండి

(OR)

(b)Prove that $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{15} < sin^{-1}(0.6) < \frac{\pi}{6} + \frac{1}{8}$
$\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{15} < sin^{-1}(0.6) < \frac{\pi}{6} + \frac{1}{8}$ ను సాదించండి.

15. a) State and prove the necessary and sufficient condition for integrability
సమాకలనీయము ఆగుటకు ఆవశ్యక ,పర్యాప్త నియమమును ప్రవచించి నిరూపించుము

(OR)

b) Show that $\frac{1}{\pi} \leq \int_0^1 \frac{\sin \pi x}{1+x^2} dx \leq \frac{2}{\pi}$ అని చూపుము

*****

(MAT 4301)

B.Sc (MPC,MPCS,MSCS,MECS) Degree (CBCS) Examinations

& MCCS

NOVEMBER - 2020

EXAMINATION AT THE END OF IV SEMESTER

PART-II MATHEMATICS

REAL ANALYSIS

TIME : Two hours

Maximum : 60 Marks

SECTION-A

Answer any FOUR Questions each question carries 6 marks $4 \times 6 = 24$ M

ఏవని నాలుగు సమాదానములు వ్రాయండి.ప్రతి ప్రశ్నకు ఆరు మార్కులు

1. Every convergence sequence is bounded.
   ప్రతి అభిసరించే అనుక్రమం పరిబద్ధం.

2. If $s_n = \frac{(3n-1)(n^4-n)}{(n^2+2)(n^3+1)}$ prove that $\lim s_n = 3$
   $s_n = \frac{(3n-1)(n^4-n)}{(n^2+2)(n^3+1)}$ అయితే ,$\lim s_n = 3$ అని నిరూపించండి ?

3. Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n+3^n}$
   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n+3^n}$ అభిసరణతను పరీక్షించండి.

4. Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n(n+1)(n+2)}$. అభిసరణతను పరీక్షించండి
   $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n(n+1)(n+2)}$. అభిసరణతను పరీక్షించండి

5. Examine for continuity the function f defined by $f(x) = |x| + |x-1|$ at x= 0,1.
   x= 0,1 ల వద్ద $f(x) = |x| + |x-1|$ గా నిర్వచింపబడిన ప్రమేయం యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

6. Show that the function $f(x) = x^3 \forall\, x \in R$ is uniformly continuous on [-2 ,2].
   $f(x) = x^3$ తో నిర్వచింపబడిన ప్రమేయము లో ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నంగా ఉంటుందని చూపండి.?

7. Find c of Cauchy's mean value theorem for $f(x) = \sqrt{x}$ and $g(x) = 1/\sqrt{x}$ in $[a, b]$ where $0 < a < b$.

   $0 < a < b$ అయినా [a, b]లో $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ లకు సంబంధించిన కోషి సిద్ధాంతములోని C ను కనుక్కోండి.

8. Discuss the applicability of Lagrange s mean – value theorem for f(x) = x (x-1)(x-2) on [1, ½]
   [1, ½] అంతరంలో f(x) = x (x-1)(x-2) ప్రమేయానికి లెగ్రాంజి మూల్య సిద్ధాంత ప్రయోగన్ని విచారించుము.

9. If f : [a,b]→R is a bounded function then $\int_{\bar{a}}^{b} f(x)dx \leq \int_{a}^{\bar{b}} f(x)dx$.
   f : [a,b]→R పరిబద్ధ ప్రమేయమైతే $\int_{\bar{a}}^{b} f(x)dx \leq \int_{a}^{\bar{b}} f(x)dx$.

10. Prove that $(\sqrt{3}/8) \leq \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin x}{x}\, dx \leq (\sqrt{2}/6)$. అని చూపండి.?
    $(\sqrt{3}/8) \leq \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin x}{x}\, dx \leq (\sqrt{2}/6)$. అని చూపండి.?

(PTO)

SECTION-B

Any ~~THREE~~ questions Each question carries 12 marks. $3\times 12 = 36$

ఏవేని మూడింటి సమాదానములు వ్రాయండి.ప్రతి ప్రశ్నకు పన్నెండుమార్కులు

11.(a) State and prove Sandwich theorem or squeeze theorem.

శాండ్ విచ్ లేక స్క్వీజ్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి.

OR

(b) Prove that Every bounded sequence has at least one limit point.

ప్రతి పరిబద్ధ అనుక్రమానికి కనీసము ఒక అవధి బిందువు వుంటుంది అని చూపండి?

12.(a) Test for convergence (a) $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n^2+1}-n)$

అభిసరణతను పరీక్షించండి. (a) $\sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n^2+1}-n$

OR

(b) State and prove Cauchy's n^{th} root test (or) root test .

కోషి n వ మూల పరీక్ష లేక మూల పరీక్ష సిద్ధాంతమును ప్రవచించి,నిరూపించండి ?

13. (a) Let f: R→R be such that $f(x)=\frac{e^{1/x}-e^{-1/x}}{e^{1/x}+e^{-1/x}}$ if $x\neq 0$ and $f(0)=1$.Discuss the continuity at x=0.

$f(x)=\frac{e^{1/x}-e^{-1/x}}{e^{1/x}+e^{-1/x}}$, $x\neq 0$, $f(0)=1$ అయ్యేటట్టు నిర్వచింపబడిన f: R→R ప్రమేయానికి x=0 వద్ద అవిచ్ఛిన్నతను చర్చించండి ?

OR

(b) If a function f is continuous on $[a,b]$, then it is uniformly continuous on $[a,b]$.

[a , b] మీద ప్రమేయం f అవిచ్ఛిన్నమైతే , అపుడు అది [a , b] మీద ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నము.

14.(a) State and prove Rolle's theorem.

రోలె సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి.?

OR

(b) Show that $\frac{v-u}{1+v^2} < Tan^{-1}v - Tan^{-1}u < \frac{v-u}{1+u^2} for\ 0 < u < v$. Hence deduce that $\frac{\pi}{4}+\frac{3}{25} < Tan^{-1}\frac{4}{3} < \frac{\pi}{4}+\frac{1}{6}$.

$\frac{v-u}{1+v^2} < Tan^{-1}v\pi - Tan^{-1}u < \frac{v-u}{1+u^2} for\ 0 < u < v$. నిరుపించండి.

తద్వారా $\frac{\pi}{4}+\frac{3}{25} < Tan^{-1}\frac{4}{3} < \frac{\pi}{4}+\frac{1}{6}$ అని కూడా చూపండి.?

15.(a) Show that f (x) = 3x +1 is integrable on [1,2] and $\int_1^2 (3x+1)dx = \frac{11}{2}$

[1,2] మీద f(x) = 3x+1 సమాకలనీయమనీ మరియు $\int_1^2 (3x+1) = \frac{11}{2}$ అని చూపండి.

OR

(b) State and prove First Mean – Value Theorem of integrals .

సమాకలన మొదటి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించండి.

****

B.Sc Degree (CBCS) Examinations
AUGUST - 2021
EXAMINATION AT THE END OF IV SEMESTER
PART-II MATHEMATICS
REAL ANALYSIS

TIME :Three hours | Maximum : 60 Marks

SECTION –A

Answer any **FIVE** of the following questions. $5 \times 4 = 20\ M$

1. Prove that every convergent sequence is bounded.
ప్రతి అభిసార అనుక్రమము పరిబద్ధమని చూపుము.

2. Prove that the sequence $\{s_n\}$ where $s_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n}$ is convergent.
$s_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n}$ అయితే, $\{s_n\}$ అనుక్రమము అభిసరించునని చూపుము.

3. Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n+3^n}$.
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n+3^n}$ శ్రేణి అభిసరణతను చర్చింపుము.

4. Prove that $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots$ converges.
$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots$ ఏకాంతర శ్రేణి అభిసరించునని చూపుము.

5. Prove that $\lim_{x\to 0} \frac{3x+|x|}{7x-5|x|}$ does not exist.
$\lim_{x\to 0} \frac{3x+|x|}{7x-5|x|}$ వ్యవస్థితము కాదని చూపుము.

6. Let $f: R \to R$ be such that $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{-1}{x}}}{e^{\frac{1}{x}} + e^{\frac{-1}{x}}}$ if $x \neq 0$ and $f(0) = 1$. Discuss the continuity at $x = 0$.
$f: R \to R$ ని $x \neq 0$ అయితే $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{-1}{x}}}{e^{\frac{1}{x}} + e^{\frac{-1}{x}}}$, $f(0) = 1$ అని నిర్వచించిన, $x = 0$ దగ్గర దీని అవిచ్ఛిన్నతను చర్చింపుము.

7. Show that $f(x) = x\sin\left(\frac{1}{x}\right), x \neq 0; f(x) = 0, x = 0$ is continuous but not derivable at $x = 0$.
$f(x) = x\sin\left(\frac{1}{x}\right), x \neq 0; f(x) = 0$, ప్రమేయము $x = 0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నమౌతుంది, కానీ $x = 0$ వద్ద అవకలనీయము కాదని చూపుము.

8. Discuss the applicability of Lagrange's mean value theorem for $f(x) = x(x-1)(x-2)$ on $\left[0, \frac{1}{2}\right]$.
$\left[0, \frac{1}{2}\right]$ పై $f(x) = x(x-1)(x-2)$ ప్రమేయమునకు లెగ్రాంజ్ మధ్యమ మూల సిద్ధాంతమును వర్తింపజేయవచ్చునో, లేదో పరిశీలింపుము.

9. If $f(x) = x^2$ on $[0,1]$ and $P = \{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\}$. Compute $L(P,f)$ and $U(P,f)$.
$[0,1]$ పై $f(x) = x^2$ కి $P = \{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\}$ విభజనతో $L(P,f), U(P,f)$ ను కనుగొనుము.

10. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (sec^4 x - tan^4 x)dx$.

(PTO)

$\int_0^{\frac{\pi}{4}}(sec^4x - tan^4x)dx$ విలువ కనుగొనుము.

SECTION-B

Answer ALL questions. Each question carries 8 marks $5 \times 8 = 40\ M$

11. a) Discuss the nature of the sequence $\{r^n\}$ for all $-1 < r \leq 1$.
$-1 < r \leq 1$ కి $\{r^n\}$ అనుక్రమము స్వభావాన్ని చర్చించండి.

(or)

b) Prove that the sequence $\{s_n\}$ defined by $s_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{n!}$ is convergent.
$s_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{n!}$ అయిన $\{s_n\}$ అనుక్రమము అభిసరించునని చూపుము.

12. a) State and prove Limit comparison test.
తులనాత్మక పరీక్ష లేక పోల్చు పరీక్షను ప్రవచించి, నిరూపించుము.

(or)

b) Test for convergence
i) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$ ii) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6...2n}.x^{n-1}(x > 0)$ శ్రేణుల అభిసరణతను చర్చింపుము.

13. a) Examine for continuity of the function f defined by $f(x) = |x| + |x-1|$ at $x = 0,1$.
ప్రమేయం $f(x) = |x| + |x-1|$ గా నిర్వచించబడితే $x = 0,1$ వద్ద దాని అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

(or)

b) If a function f is continuous on $[a,b]$, then prove that f is uniformly continuous.
f అనే ప్రమేయం $[a,b]$ పై అవిచ్ఛిన్నమైతే, అది $[a,b]$ పై ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నమౌతుంది అని చూపుము.

14. a) State and prove Rolle's theorem.
రోలే సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

(or)

b) State and prove Cauchy mean value theorem.
కోషీ మధ్యమ మూల సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

15. a) i) If $f \in R[a,b]$, then prove that $|f| \in R[a,b]$.
$f \in R[a,b]$ అయితే, $|f| \in R[a,b]$ అని నిరూపించుము.

ii) If $f \in R[a,b]$ and m, M are the infimum and supremum values of f in $[a,b]$ then prove that $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$.
$f \in R[a,b]$ మరియు $[a,b]$ పై f గ.దిహ ; క. ఎ.హ లు m, M లు అయితే $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$ అగును అని నిరూపించుము.

(or)

b) State and prove Fundamental theorem on integral calculus.
సమాకలనులపై ప్రాథమిక సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

××××××

(MAT N 4301-1)

B.Sc Degree (CBCS)Examinations, JULY -2022

(MPC,MPCS,MSCS,MECS,MCCS)

IV SEMESTER

REAL ANALYSIS

TIME : 3.00 Hours

Maximum : 60 Marks

SECTION -A

Answer any **FIVE** questions : 5X4=20M

1. Show that the sequence$\{S_n\}$is defined by $S_n = 1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+-----+\frac{1}{n!}$ is convergent.

   $S_n = 1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+-----+\frac{1}{n!}$ అయిన $\{S_n\}$ అనుక్రమము అభిసరించును అని చూపండి

2. Prove that the sequence $S_n = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+---+\frac{1}{n+n}$ is convergent.

   $S_n = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+---+\frac{1}{n+n}$ అయితే $\{S_n\}$ అనుక్రమము అభిసరించును అని చూపండి

3. Test for the Convergent of $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n+3^n}$

   $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n+3^n}$ శ్రేణి అభిసరనతను చర్చింపుము

4. Test for the Convergent of $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1.3.5.7......(2n-1)}{2.4.6.8.....2^n}x^{n-1}$

   $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1.3.5.7......(2n-1)}{2.4.6.8.....2^n}x^{n-1}$ శ్రేణి అభిసరనతను చర్చింపుము

5. Examine for the continuity function f is defined by $f(x) = |x| + |x-1|$at x=0,1

   x=0,1ల దగ్గర $f(x) = |x| + |x-1|$ అను ప్రమేయము అవిచ్ఛిన్నతను చర్చింపుము

6. If $f:[a,b] \to R$ is continuous on [a,b] then prove that f is bounded on $[a,b]$

   $f:[a,b] \to R$ అను ప్రమేయము [a,b] పై అవిచ్ఛిన్నమైన $[a,b]$పై పరిబద్ధమగునని చూపండి.

7. Find C of Cauchy 's mean value theorem for $f(x) = \sqrt{x}$ and $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ in $[a,b]$

   $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ప్రమేయలకు కొషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతములోని C విలువను కనుకొనుము.

[P.T.O]

8. Discuss the applicability of Lagrange's mean value theorem for $f(x) = x(x-1)(x-2)$ on $\left[0, \frac{1}{2}\right]$

$\left[0, \frac{1}{2}\right]$ పై $f(x) = x(x-1)(x-2)$ ప్రమేయము నకు లేగ్రాంజ్ మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతమును వర్తింపచేయ వచ్చునో లేదో పరిశీలించుము .

9. If $f:[a,b] \to R$ is continuous on $[a,b]$ then show that f is integrable on $[a,b]$.

$f:[a,b] \to R$ అను ప్రమేయము [a,b] పై అవిచ్ఛిన్నమైన $[a,b]$పై సమకాలనీయము అని చూపండి

10. Evaluate $\int_0^{\pi/4}(sec^4 x - tan^4 x)dx$

$\int_0^{\pi/4}(sec^4 x - tan^4 x)dx$ విలువ కనుక్కోండి .

SECTION –B

Answer the following Questions 5X8=40M

11. (a) Prove that a monotone sequence is convergent if and only if it is bounded

మోనోటోనే అనుక్రమము అభిసరించుటకు ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము పరిబద్ధము అని నిరూపించండి .

(OR)

(b) Prove that $Lim \left[\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \frac{1}{(n+3)^2} + --- + \frac{1}{(n+n)^2}\right] = 0$

$Lim \left[\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \frac{1}{(n+3)^2} + --- + \frac{1}{(n+n)^2}\right] = 0$ అని చూపండి

12. (a) State and Prove the Limit Comparison Test

తులనాత్మక పరీక్ష లేదా పోల్చుపరీక్ష ను ప్రవచించి నిరూపించండి .

(OR)

(b) State and Prove the Leibnitz's Test .

లైబ్నిజ్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి

13. (a) Examine the continuity of the function f defined by $f(x) = |x-1| + |x-2|$ at $x = 0$ and $x = 3$

$x = 0$ and $x = 3$ వద్ద $f(x) = |x-1| + |x-2|$ అనుప్రమేయము నకు అవిచ్ఛిన్నమును కనుకొనుము

(OR)

[P.T.O]

(b) If a function f is continuous on $[a,b]$ then f is uniformly continuous on $[a,b]$

$[a,b]$ పై f అవిచ్ఛిన్నమైన $[a,b]$ పై f ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నము అగునని చూపండి.

14. (a) State and Prove the Role's mean value theorem

రోలే సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

(OR)

(b) Show that $f(x) = |x| + |x-1|$ is not derivable at $x = 0$ and $x = 1$

$x = 0$, $x = 1$ ల దగ్గర $f(x) = |x| + |x-1|$ అవకలనీయము కాదని చూపండి.

15. (a) $f \in R[a,b]$ and m, M are the infimum and suprimum of f on $[a,b]$ then prove that $m(b-a) \le \int_a^b f(x)\,dx \le M(b-a)$

$f \in R[a,b]$ మరియు $[a,b]$ పై f గరిష్ఠ దిగువ హద్దు ,కనిష్ఠ ఎగువ హద్దు m, M లు అయితే $m(b-a) \le \int_a^b f(x)\,dx \le M(b-a)$ అని నిరూపించండి.

(OR)

(b) State and Prove the Fundamental theorem of integral calculus.

సమాకలను పై ప్రాథమిక సిద్ధాంతమును లేక మూల సిద్ధాంతము ను ప్రవచించి నిరూపించుము

* * *

Regd.No:______________

(MAT-4301)

B.Sc Degree (CBCS) Examinations-July 2022

SEMESTER-IV (BACKLOG)

REAL ANALYSIS

TIME: 3 Hrs Max Marks:60

SECTION –A

Answer any **FIVE** of the following questions $5 \times 4 = 20\ M$

1. Show that $\sqrt[n]{n} = 1$.
   $\sqrt[n]{n} = 1$ అని చూపుము.

2. If $\{s_n\}$ is a Cauchy sequence, then prove that $\{s_n\}$ is bounded.
   $\{s_n\}$ కోషి అనుక్రమము అయితే, $\{s_n\}$ పరిబద్ధమని చూపుము.

3. Test for convergence $\sum \frac{2^n-2}{2^n+1} x^n (x > 0)$.
   $\sum \frac{2^n-2}{2^n+1} x^n (x > 0)$ శ్రేణి అభిసరణతను చర్చింపుము.

4. If $\sum u_n$ converges absolutely then prove that $\sum u_n$ converges.
   $\sum u_n$ శ్రేణి సంపూర్ణాభిసరణము అయినచో, అప్పుడు $\sum u_n$ శ్రేణి అభిసరించునని చూపుము.

5. Prove that $\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$.
   $\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ అని చూపుము.

6. If $f: S \to R$ is uniformly continuous, then prove that f is continuous in S.
   $f: S \to R$ ప్రమేయము S పై ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నమైన, S పై f అవిచ్ఛిన్నమని చూపుము.

7. Prove that $f(x) = x\left(\frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{e^{\frac{1}{x}}+1}\right)$ if $x \neq 0$ and $f(0) = 0$ is continuous at $x = 0$ but not derivable at $x = 0$.
   $f(x) = x\left(\frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{e^{\frac{1}{x}}+1}\right), x \neq 0; f(x) = 0$, ప్రమేయము $x = 0$ వద్ద అవిచ్ఛిన్నమౌతుంధి, కానీ $x = 0$ వద్ద అవకలనీయము కాదని చూపుము.

8. Find c of Cauchy's mean value theorem for $f(x) = \sqrt{x}$ and $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ in $[a, b]$ where $0 < a < b$.
   $0 < a < b$ కి $[a, b]$ పై $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ప్రమేయాలకు కోషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతములోని c విలువను కనుగొనుము.

9. Find upper and lower Riemann sums of $f(x) = 2x - 1$ on $[0,1]$ for the partition $P = \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$.
   $[0,1]$ పై $f(x) = 2x - 1$ కి $P = \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$ విభజనతో $L(P, f), U(P, f)$ ను కనుగొనుము

10. Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (sec^4 x - tan^4 x)dx$.
    $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (sec^4 x - tan^4 x)dx$ విలువ కనుగొనుము.

SECTION-B

Answer **ALL** questions. Each question carries 8 marks $5 \times 8 = 40\ M$

11. a) Prove that $\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}\} = 1$.
    $\lim_{n\to\infty}\{\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}\} = 1$ అని చూపుము.

(or)

P.T.O

b) Prove that the sequence $\{s_n\}$ defined by $s_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{n!}$ is convergant.

$s_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{n!}$ అయిన $\{s_n\}$ అనుక్రమము అభిసరించునని చూపుము.

12. a) Test for convergence $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n^3+1} - n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n^3+1} - n$ అభిసరణతను చర్చింపుము.

(or)

b) State and prove Leibnitz test.

ఏకాంతర శ్రేణులపై లైబ్నిజ్ సిద్ధాంతమును వ్రాసి, నిరూపించుము.

13. a) Let $f: R \to R$ be such that $f(x) = \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x}$ for $x < 0, f(x) = c$ for $x = 0$, and $f(x) = \frac{(x+bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{3/2}}$ for $x > 0$. Determine the values of a, b, c for which the function is continuous at $x = 0$.

$f: R \to R$ ని $x < 0$ అయితే $f(x) = \frac{\sin(a+1)x + \sin x}{x}$ గా, $x = 0$ అయితే $f(x) = c$ గా మరియు $x > 0$ అయితే $f(x) = \frac{(x+bx^2)^{1/2} - x^{1/2}}{bx^{3/2}}$ గా నిర్వచించిన, ఏ a, b, c విలువకు $x = 0$ వద్ద f అవిచ్ఛిన్నమగును.

(or)

b) State and prove Bolzano Intermediate Value Theorem.

అవిచ్ఛిన్నతలపై మధ్యంతర మూల్య సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

14. a) i) Show that $\log(1+x) - \frac{2x}{2+x}$ is increasing when $x > 0$

$x > 0$ కి $\log(1+x) - \frac{2x}{2+x}$ ఆరోహణమని చూపుము.

ii) Show that $\tan x > x > \sin x, \forall\, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

$\tan x > x > \sin x, \forall\, x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ అని చూపుము.

(or)

b) State and prove Lagrange's mean value theorem.

లెగ్రాంజ్ మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

15. a) Prove that $f(x) = \sin x$ is integrable on $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ and $\int_0^{\pi/2} \sin x\, dx = 1$.

$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ పై $f(x) = \sin x$ సమకలనీయము అని చూపుము మరియు $\int_0^{\pi/2} \sin x\, dx = 1$ అని చూపుము.

(or)

b) State and prove Fundamental theorem on integral calculus.

సమాకలనులపై ప్రాథమిక సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

× × × ×